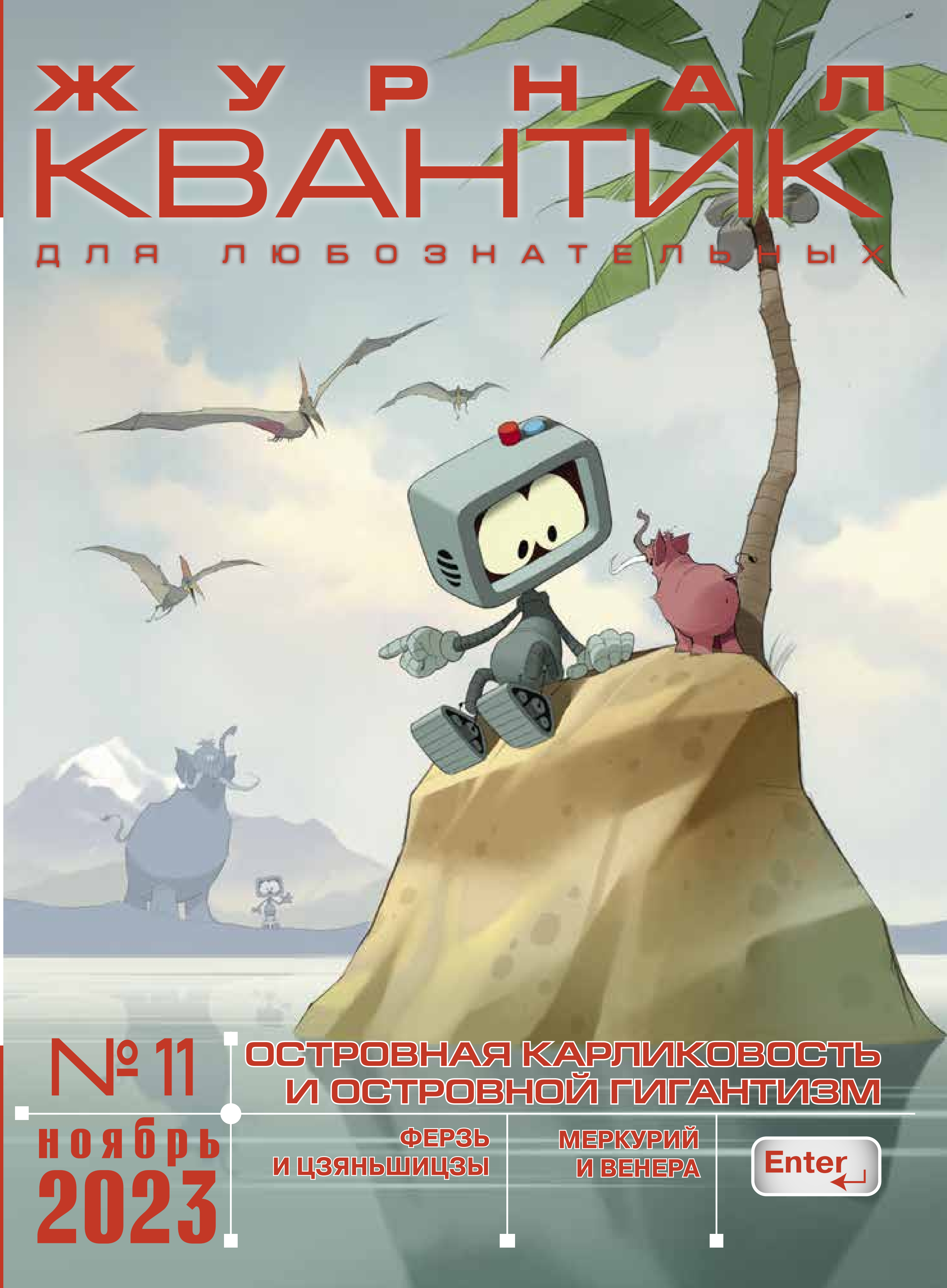
ЖУРНАЛ КВАНТИК ДЛЯ ЛЮБОЗНАТЕЛЬНЫХ



№ 11 | ноябрь 2023

Издаётся Московским Центром непрерывного математического образования

e-mail: kvantik@mccme.ru

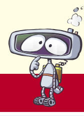
№ 11
ноябрь
2023

ОСТРОВНАЯ КАРЛИКОВОСТЬ И ОСТРОВНОЙ ГИГАНТИЗМ

ФЕРЗЬ И ЦЗЯНЬШИЦЗЫ

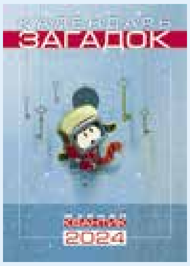
МЕРКУРИЙ И ВЕНЕРА

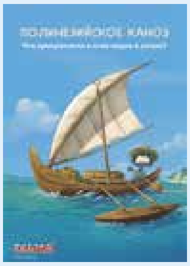
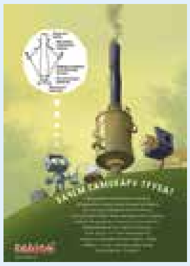
Enter



«Квантик» тоже будет на выставке! Приходите!

НАШИ НОВИНКИ



Уже поступил в продажу
Календарь загадок от журнала «Квантик» на 2024 год

Ищите его в интернет-магазинах:
biblio.mccme.ru, ozon.ru, WILDBERRIES, Яндекс.маркет
и других (полный список магазинов на **kvantik.com/buy**)

НАГРАДЫ ЖУРНАЛА

Минобрнауки России
ПРЕМИЯ «ЗА ВЕРНОСТЬ НАУКЕ»
за лучший детский проект о науке
2017

БЕЛЯЕВСКАЯ ПРЕМИЯ
за плодотворную работу
и просветительскую деятельность
2021

Российская академия наук
ПРЕМИЯ ХУДОЖНИКАМ ЖУРНАЛА
за лучшие работы в области популяризации науки
2022

Журнал «Квантик» № 11, ноябрь 2023 г.
Издаётся с января 2012 года
Выходит 1 раз в месяц

Свидетельство о регистрации СМИ:
ПИ № ФС77-44928 от 04 мая 2011 г.
выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).

Главный редактор С. А. Дориченко
Редакция: В. Г. Асташкина, Т. А. Корчемкина, Е. А. Котко, Г. А. Мерзон, М. В. Прасолов, Н. А. Солодовников
Художественный редактор и главный художник Yustas
Вёрстка: Р. К. Шагеева, И. Х. Гумерова
Обложка: художник Алексей Вайнер

Учредитель и издатель:
Частное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования «Московский Центр непрерывного математического образования»

Подписка на журнал в отделениях почтовой связи
- **Почта России:** Каталог Почты России (индексы **ПМ068** и **ПМ989**)
- **Почта Крыма:** Каталог периодических изданий Республики Крым и г. Севастополя (индекс **22923**)
- **Белпочта:** Каталог «Печатные СМИ. Российская Федерация. Казахстан» (индексы **14109** и **141092**)

Онлайн-подписка на сайтах
- Почта России: **podpiska.pochta.ru/press/ПМ068**
- агентство АРЗИ: **akc.ru/itm/kvantik**
- Белпочта: **kvan.tk/belpost**

По вопросам оптовых и розничных продаж обращаться по телефону **(495) 745-80-31** и e-mail: **biblio@mccme.ru**

Адрес редакции и издателя: 119002, г. Москва, Большой Власьевский пер., д. 11. Тел.: (499) 795-11-05,
e-mail: **kvantik@mccme.ru** сайт: **www.kvantik.com**

Формат 84x108/16 Тираж: 4500 экз.

Подписано в печать: 09.10.2023
Отпечатано в ООО «Принт-Хаус»
г. Нижний Новгород, ул. Интернациональная, д. 100, корп. 8. Тел.: (831) 218-40-40

Заказ №

Цена свободная

ISSN 2227-7986

6+ ЕАС

www.kvantik.com kvantik@mccme.ru vk.com/kvantik12 t.me/kvantik12

СОДЕРЖАНИЕ

Математический кружок

Виктор Клепцын

ФЕРЗЬ И ЦЗЯНЬШИЦЗЫ

На кружке Мике и Жене попалась такая задача:

На шахматной доске на поле f8 *стоит ферзь. За ход его можно передвинуть на любое число полей влево, вниз или по диагонали «влево-вниз». Выигрывает тот, кто поставит ферзя на поле* a1.[1]

– Всё понятно, – сказала Женя. – Такие задачи называют задачами на выигрышные и проигрышные позиции. В каждой позиции кто-то выигрывает, как бы ни играл оппонент. Это или начинающий, или его противник. И это можно последовательно выяснять, начиная с возможных финальных позиций. Когда партия уже окончена – известно ведь, кто победил!

– Партия оканчивается, когда ферзь стоит на a1, – подхватил Мика. – И если игрок его там видит при своём ходе, то туда его поставил противник, а сам игрок, чей сейчас был бы ход, проиграл. Это позиция *проигрышная*. А во всех местах, откуда можно сделать ход на a1, позиция ферзя *выигрышная*: если я вижу возможность выиграть за один ход, я выиграю!

– Верно, – одобрила Женя. – Это такое общее правило: *если из позиции можно сделать ход, отдав противнику проигрышную позицию, то она выигрышная*. А что, если ферзь стоит на поле c2?

– Оттуда есть четыре хода: на a2, на b2, на b1 и на c1, – начал перебирать варианты Мика. – Но куда ни пойди – противник после этого может выиграть!

– Правильно, – подтвердила Женя. – Поэтому это позиция для начинающего проигрышная. И это второе общее правило: *если из позиции можно пойти только в выигрышные, то она проигрышная*.

– Тогда поля c2 и b3 – проигрышные по второму правилу. А все те, из которых в них можно пойти, – выигрышные по первому, – продолжил Мика (рис. 1).

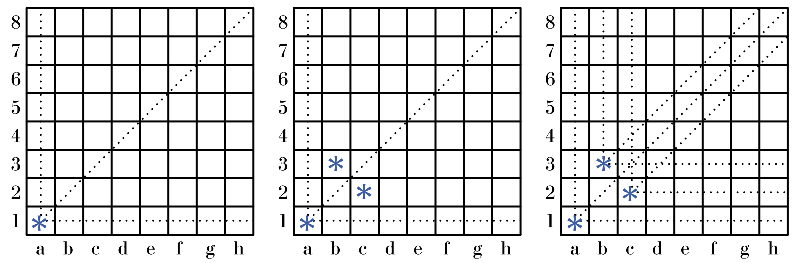


Рис. 1. Задача о ферзе: первые шаги

[1] Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки (МЦНМО, 2023). Наши герои её решают в развёрнутом на 180˚ варианте. См. также на сайте problems.ru задачу 30462.

Отметив эти выигрышные поля, Мика и Женя быстро закончили разбор задачи: поля f4 и d6 проигрышные, те, откуда на f4 или d6 можно пойти, – выигрышные. И, наконец, h5 и e8 – проигрышные (рис. 2).

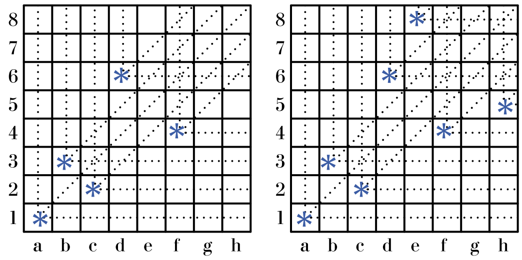


Рис. 2. Задача о ферзе: окончание

– А наш ферзь где начинал? – спохватилась Женя.

– На поле f8, – посмотрел в условие Мика. – Ну, это просто. Поле выигрышное – то есть выигрывает начинающий. А нужно ему пойти на любое из проигрышных полей – e8, f4 или d6. И дальше отдавать каждый раз противнику проигрышную позицию.

И они перешли к следующей задаче в листочке:

В игре «цзяньшицзы» есть две кучи камней. Два игрока ходят по очереди; за один ход можно или взять любое количество камней из одной из куч, или взять поровну (и тоже любое количество) камней из обеих куч. Выигрывает тот, после чьего хода камней не осталось. Кто выигрывает при правильной игре?

– Сколько у кого камней исходно, не сказано, значит, нужно дать ответ в зависимости от их количества, – начала проговаривать Женя. – Давай для наглядности сделаем таблицу: столбцам будет соответствовать, сколько камней в первой куче (0, 1, 2 и т. д.), а строчкам – сколько во второй. И будем отмечать, какие клетки выигрышные, а какие проигрышные.

– Партия заканчивается, когда камней нет, и для того, чей сейчас ход, это поражение. То есть клетка (0,0) проигрышная, – подхватил Мика. – А из каких позиций можно выиграть за один ход?

– Это просто, – продолжила Женя. – Либо камни остаются только в одной кучке, и игрок берёт их все. Либо в двух их поровну, и игрок опять же берёт их все. Это клетки в том же столбце, что и (0,0), в той же строке, и клетки на той же диагонали.

– Так это же та же самая задача про ходы ферзём! – вдруг осенило Мику. – Когда мы берём фишки из первой кучи, мы переходим в клетку в той же строке. Когда берём фишки из второй кучи – в клетку в том

же столбце. А когда берём поровну из обеих – ходим по диагонали. Только доска не 8×8, а бесконечная, и ферзь исходно может стоять где угодно.

– Красиво ты это подметил, – обрадовалась Женя.

– Но доска бесконечная, – тут же пригорюнился Мика, – как на такой доске можно что-то решать?

– А давай экспериментировать! Возьмём доску побольше и отметим, какие поля проигрышные, а какие выигрышные. Посмотрим, что получится!

(Попробуйте самостоятельно сделать то же самое и сформулировать свои наблюдения – а может, и доказать их!)

Через десять минут, сверив результаты и исправив ошибки, Мика и Женя смотрели на картинку (рис. 3).

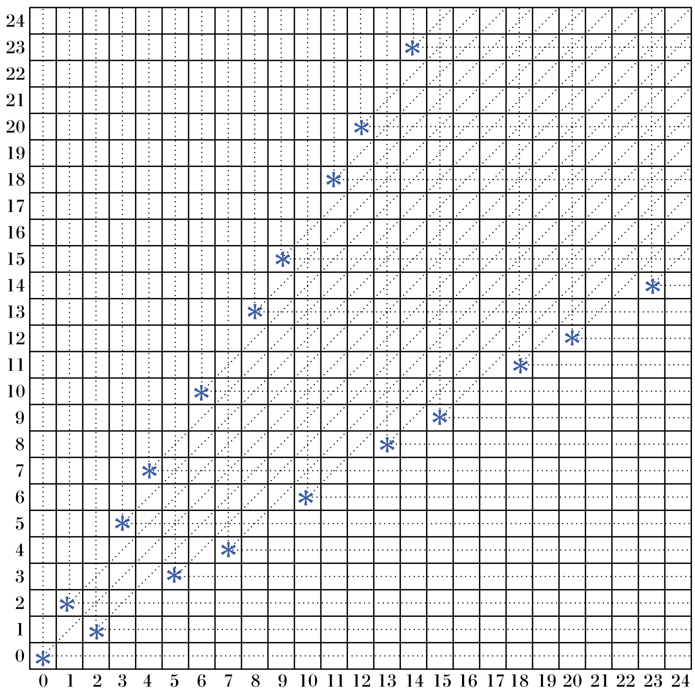


Рис. 3. Цзяньшицзы: найденные Микой и Женей выигрышные и проигрышные позиции

– Проигрышные поля явно образуют две симметричные цепочки, выше и ниже диагонали, – начал Мика. – А область между ними заполнена диагоналями из выигрышных позиций. И диагонали идут подряд: вот сверху каждая новая проигрышная позиция лежит ровно над диагональю, стартовавшей из предыдущей.

– Что цепочки симметричны, это понятно: задача же симметрична, – продолжила Женя. – А что диагонали последовательны – это ты хорошо заметил.

Но у нас рисунок уже совсем исчёрканный – давай его перерисуем, оставив только проигрышные позиции и диагонали, может быть, ещё что-то заметим?

(Попробуйте сделать то же самое и сформулировать: не получается ли заметить ещё что-нибудь?)

Когда рисунок был перерисован, Женю озарило:

– Ну конечно, теперь это бросается в глаза! Давай проведём ломаную, соединив отрезками последовательные проигрышные позиции в верхней цепочке. Тогда там будут отрезки только двух видов!

– И правда, – проведя эти отрезки, согласился Мика. – Короткие отрезки – это если следующее проигрышное поле отличается на 1 клетку по горизонтали и на 2 по вертикали. А длинные соответствуют сдвигу на 2 клетки по горизонтали и на 3 по вертикали. Чтобы лучше было видно, проведём их разными цветами – короткие отрезки синим, а длинные красным.

– А ещё, – подхватила Женя, – над проигрышной позицией только выигрышные. Давай нарисуем пожирнее линии выигрышных позиций, идущие из проигрышных позиций нижней цепочки. Смотри, красные отрезки их «перепрыгивают», а синие – нет (рис. 4)!

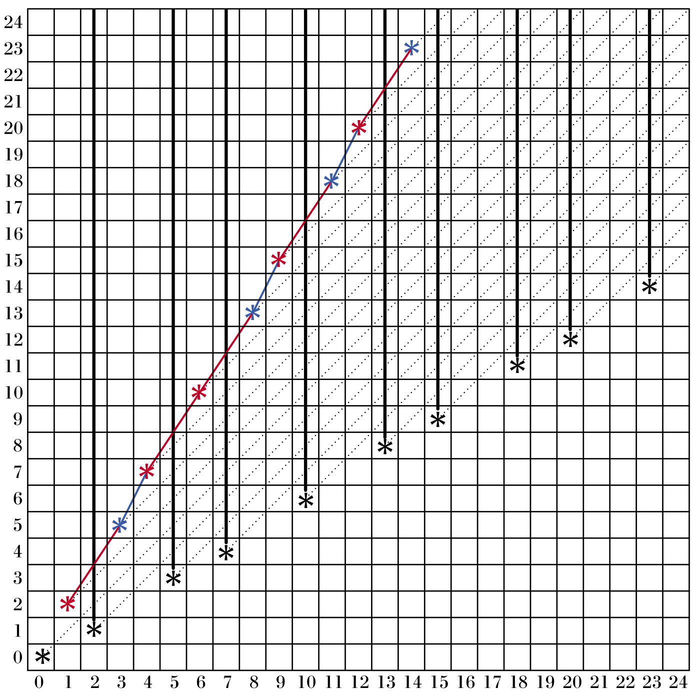
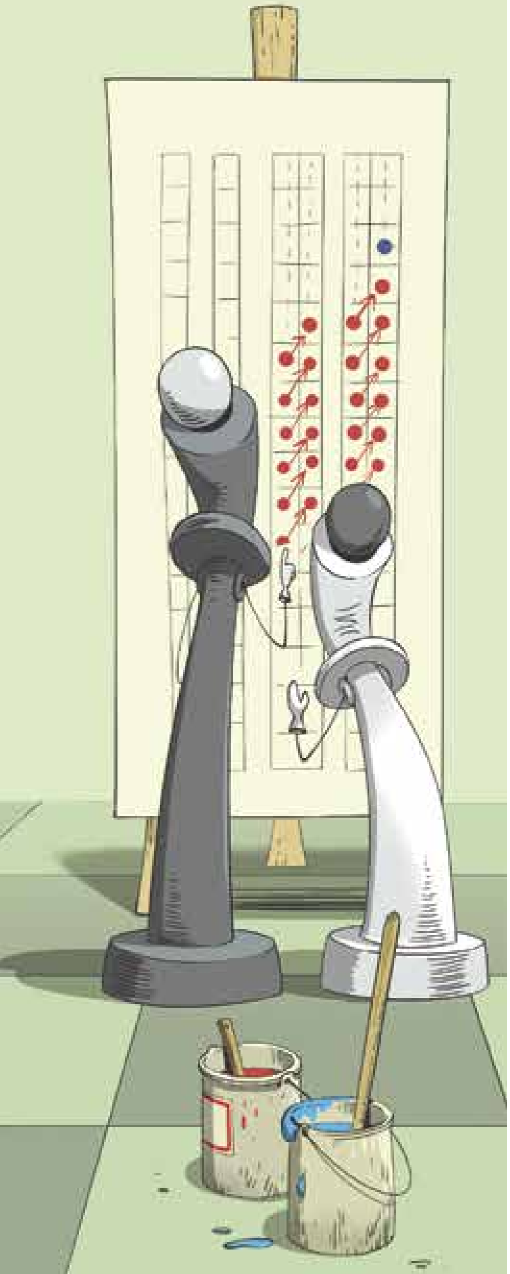


Рис. 4. Цзяньшицзы: Женя и Мика раскрашивают проигрышные позиции



– А всё-таки, как доказать, что диагонали появляются последовательно? – задумался Мика.

– Давай это сначала переформулируем, – предложила Женя. – Возьмём какой-то один столбец и отметим большими красными точками клетки, где начинается или проходит какая-то диагональ от проигрышной позиции. Если диагонали появляются последовательно, красные точки должны идти сплошной группой (рис. 5а).

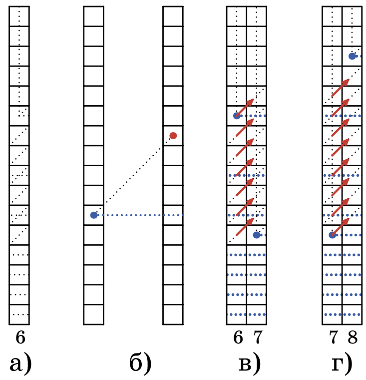


Рис. 5. Анализ столбцов

– Не знаешь, как доказывать, доказывай по индукции, – сделав нарочито-важный вид, спародировал учителя Мика. – Давай посмотрим, что тогда будет в следующем столбце!

– Давай! – поддержала Женя. – Все выигрышные клетки, откуда можно было выигрывать ходом по диагонали, в новом столбце сдвинуты относительно старого на одну клетку вверх. Так что они опять образуют плотную группу. Вопрос только в том, почему новая проигрышная клетка будет с ней соседней?

– Смотри, – продолжил Мика, – если из какой-то клетки в левом столбце можно было выиграть ходом по горизонтали, то из такой же клетки в правом столбце тоже можно выиграть ходом по горизонтали. Так что в правом столбце ниже сдвинувшейся группы проигрышной может оказаться только соседняя с ней снизу клетка — все остальные точно выигрышные, из них можно выиграть ходом по горизонтали (рис. 5в).

– А если эта клетка не будет проигрышной, – подхватила Женя и дорисовала ещё один столбец (рис. 5г), – тогда проигрышной будет клетка сразу за сдвинутой группой. Потому что диагональным ходом из неё выиграть нельзя; вертикальным тоже — ниже проигрышной нет. А если бы можно было выиграть горизонтальным, сходив в какую-нибудь проигрышную клетку левее, то диагональ из этой проигрышной клетки в нашем столбце пришла в какую-то красную клетку ещё выше (рис. 5б). А мы взяли клетку выше всей красной группы. В обоих случаях проигрышная клетка в новом столбце оказывается соседней с теми клетками, где можно выиграть диагональным ходом — так что красная группа опять получается сплошной.

– То есть это мы доказали? – обрадовался Мика.

– Ага, – согласилась Женя. – А ещё смотри, что я придумала: начинающиеся в клетках нижней цепочки столбцы нарезают доску на полоски. Но в нижней цепочке проигрышных клеток тоже есть длинные и короткие отрезки – так что у нас получаются широкие и узкие полоски. Давай посмотрим на отрезки, правые концы которых попадают в какую-нибудь из этих полос.

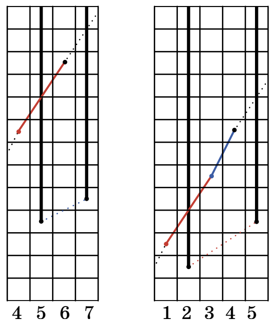


Рис. 6. Связь между цепочками

Она взяла чистый лист и перерисовала по отдельности нужные места из таблицы на рисунке 4: получился рисунок 6.

– В узкой полосе, в полосе над коротким отрезком, будет заканчиваться только длинный отрезок, – сказала она, показывая на рисунок 6, слева.

– Точно; а в полосе над длинным отрезком всегда заканчивается один длинный и один короткий, – подхватил Мика, смотря на рисунок 6, справа.

– Именно. Но цепочки-то симметричные! – продолжила Женя. – Значит, зная небольшую начальную часть верхней цепочки, её можно отразить и построить над ней более длинную часть верхней.

– А давай пойдём вдоль верхней цепочки, начиная с клетки (1,2), и будем писать букву «А», встречая длинный отрезок, и «В», встречая короткий, – предложил Мика. – Получится бесконечное слово, и ты говоришь, что если в нём каждую букву А заменить на АВ, а каждую В на А, то оно останется самим собой?

– Ага, именно так, – подтвердила Женя. – Смотри, вот у нас получается такое слово:

АВААВАВА...

– Когда мы сделаем замену, – продолжила она, – получится то же самое слово. Вот смотри:

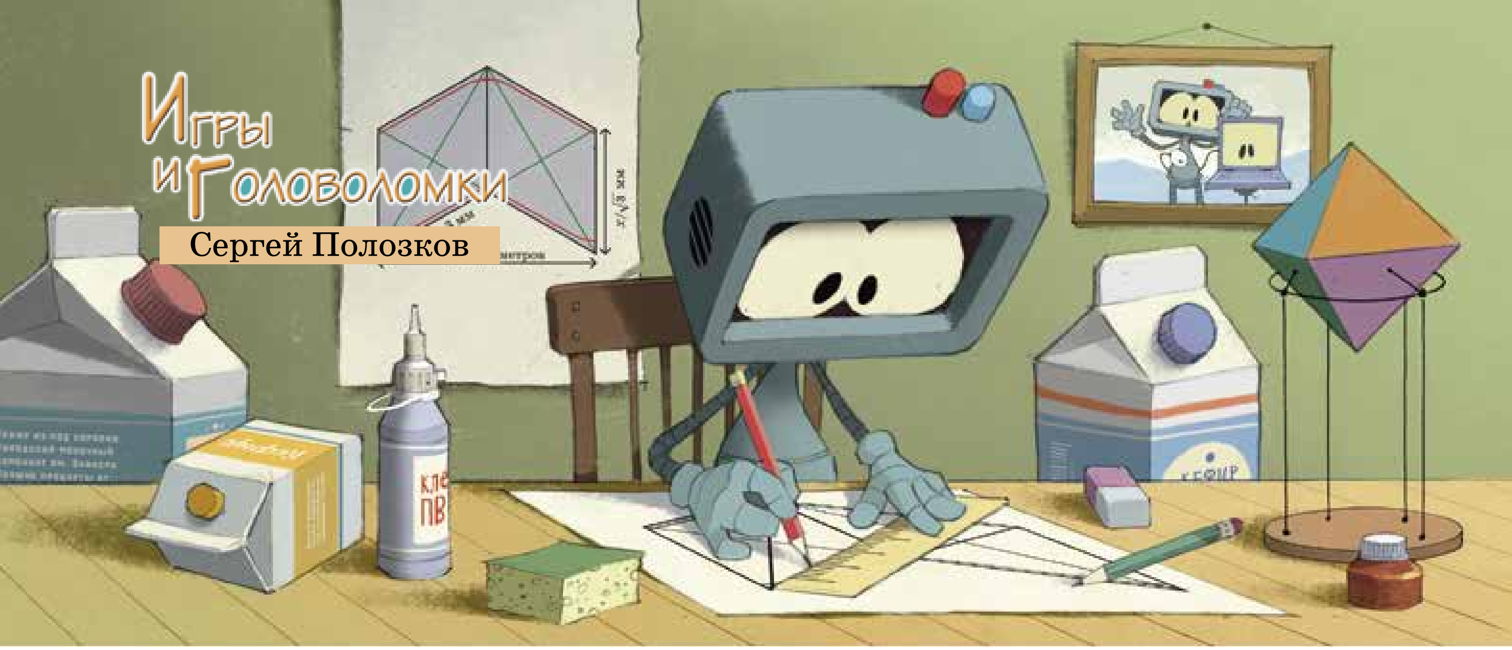
АВ А АВ АВ А АВ А АВ ...

– Точно. Но мы же это слово и машину, делающую эту замену, уже у Квантика видели! – вспомнил Мика.

И правда видели – но это уже совсем другая история... (См. комментарий на с. 30.)

Художник Мария Усеинова

Сергей Полозков



Новая ромбическая флексотрубка

Головоломка (рис. 1) представляет собой кольцо из четырёх одинаковых ромбов с углом 60°. Кольцо можно изготовить из картонной пачки из-под кефира или сока. Сечение должно быть квадратным, а упаковка 900 – 1000 мл. Отрежьте торцы пачки и сплющьте её.

С обеих сторон начертите шариковой ручкой разметку (рис. 2), используя угольник 30° – 60° – 90°.

Вырежьте фигуру по внешнему контуру. Сделайте сгибы по чёрным и зелёным линиям в обе стороны. Срежьте кромку и закруглите углы (красные линии на рисунке 2).

Задача. Соберите, не делая дополнительных сгибов: а) октаэдр (рис. 3);
б) «египетскую пирамиду» без дна;
в) тетраэдр (треугольную пирамиду).
г*) Выверните головоломку наизнанку и снова выполните пункты а, б, в.

При решении головоломки картон можно слегка деформировать.

Автор головоломки –
голландский математик Крис Эггермонт
(Chris Eggermont), puzzled.nl – его сайт.

Рис. 1

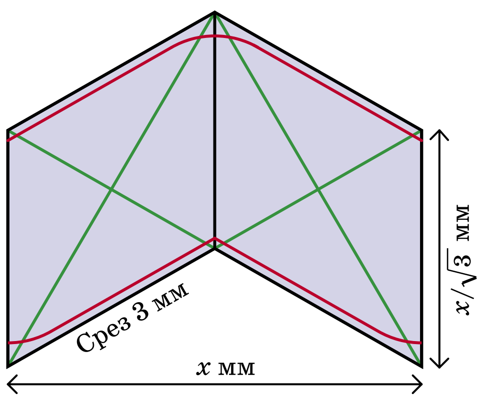


Рис. 2

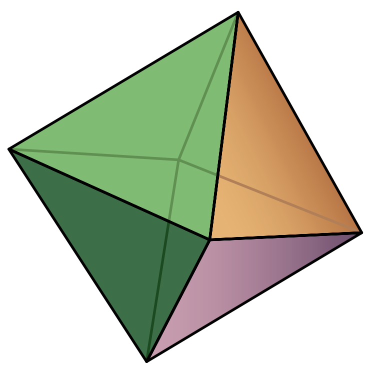


Рис. 3

Художник Алексей Вайнер

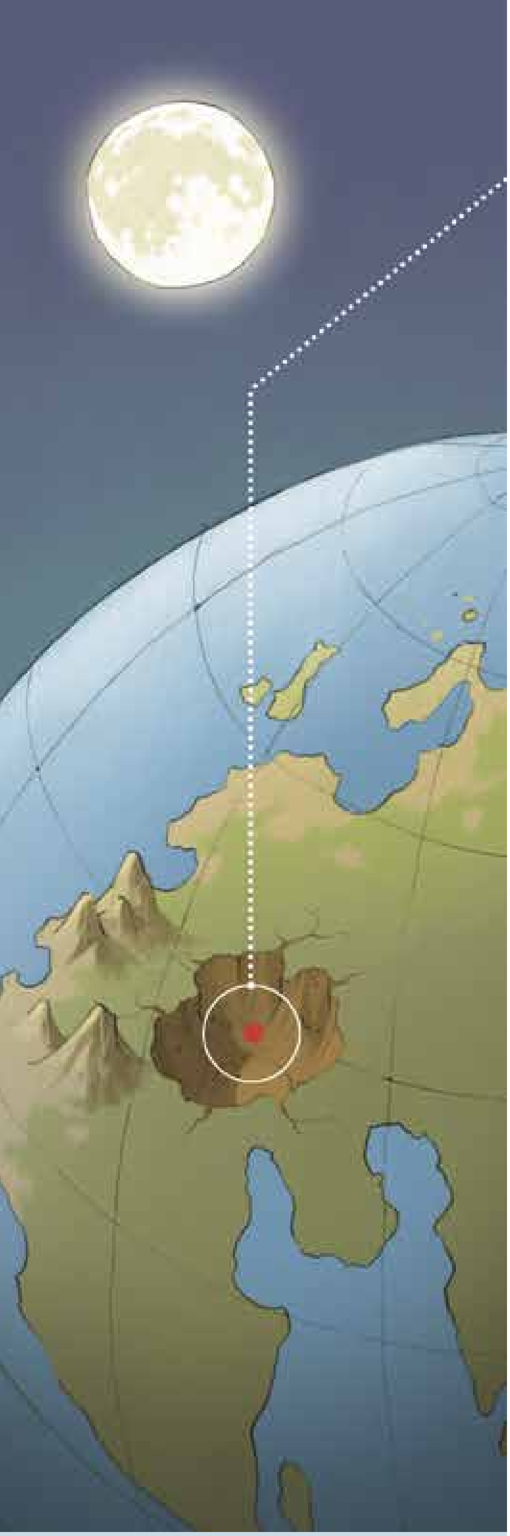
ДВА АВТОМОБИЛЬНЫХ ЗЕРКАЛА

Зачем водитель установил такую странную конструкцию в автомобиле?

Автор Михаил Евдокимов

Художник Мария Усеинова

Григорий Идельсон



ОСТРОВНАЯ КАРЛИКОВОСТЬ И ОСТРОВНОЙ ГИГАНТИЗМ

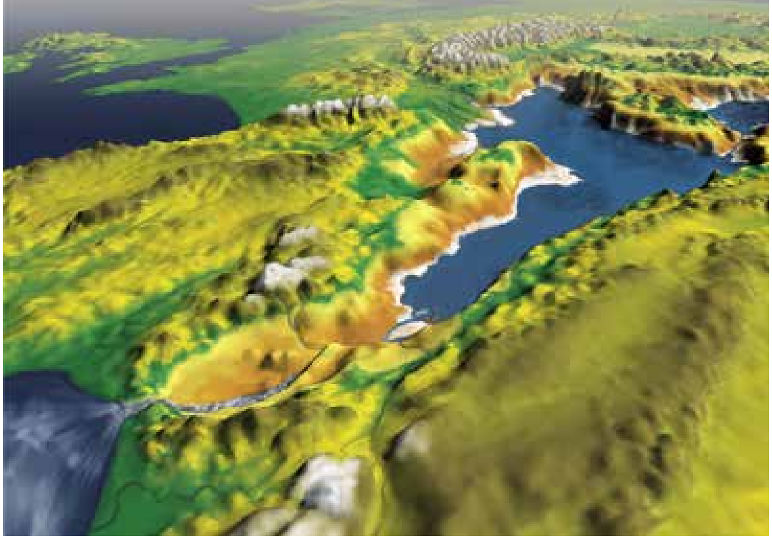
Когда-то Средиземное море соединялось с Атлантическим океаном несколькими проливами. Один из них – *Рифский коридор* – проходил по северу нынешнего Марокко, другой – *Бетийский коридор* – по нынешней Испании. Примерно 6 млн лет назад на месте одного, а потом другого коридора выросли горы, отделив Средиземное море от Мирового океана.

Став изолированным, оно почти пересохло. Только в самых глубоких местах остались озёра, наполненные насыщенным раствором соли, похожие на нынешнее Мёртвое море. Уровень воды в таких впадинах был гораздо ниже уровня Мирового океана – иногда на 3 км. (Для сравнения – нынешний уровень Мёртвого моря всего на 400 м ниже уровня Мирового океана, и сейчас это самая глубокая впадина на Земле.)

Считают, что температура там достигала 80 °C. Если посмотреть на реки, впадающие в Средиземное море, можно увидеть, что раньше вода в них текла намного ниже, чем сейчас. Под Нилом находится огромный каньон, его глубина в районе Асуана – около 200 м, а в районе дельты Нила – примерно 2,5 км. Весь этот каньон засыпан осадочными породами, по которым и течёт нынешний Нил. Такой же каньон находится и под второй по величине рекой, впадающей в Средиземное море, – Роной на юге Франции. А вот под третьей по величине рекой – Эбро в Испании – никакого каньона нет. Считают, что Эбро тогда текла в другую сторону и впадала в Атлантический океан.

Примерно 5,3 млн лет назад вода прорвала естественную плотину в том месте, где сейчас проходит Гибралтарский пролив. В образовавшийся прорыв хлынул поток океанской воды, в 1000 раз превышающий поток самой большой современной реки Амазонки. Это событие получило название *Занклского затопления*, или *Занклского потопа*.

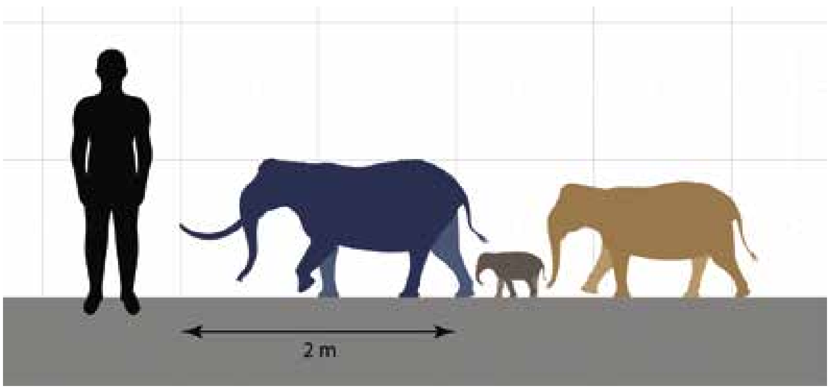
Следы этого гигантского потока видны на дне Гибралтарского пролива, простираясь далее по дну Средиземного моря более чем на 100 км. По разным оценкам, Средиземное море заполнилось водой до уровня Мирового океана за период около года, а может быть, и за несколько месяцев.



Художественное изображение затопления Средиземного моря через Гибралтарский пролив. Масштаб по вертикали увеличен для наглядности. Показан вид с юго-запада Гибралтара: будущий Пиренейский полуостров – в центре слева, северо-запад Африки – справа внизу, Британские острова – слева вверху

Пока Средиземное море не было заполнено водой, все его будущие острова были просто частью суши, доступной для животных, в том числе крупных – слонов, мамонтов. После затопления эти животные оказались на отдельных островах.

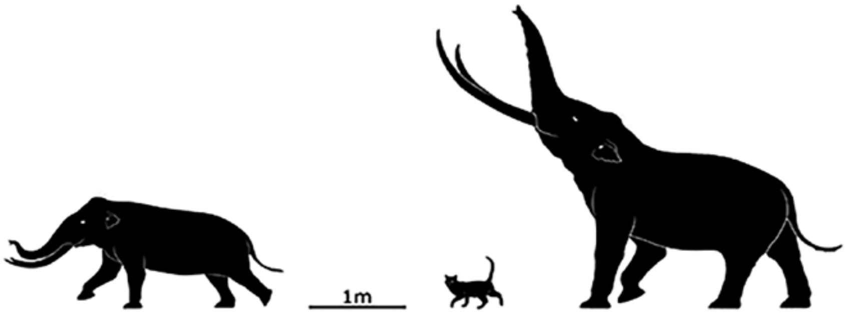
Всюду, где крупные животные оказываются на изолированном острове, они эволюционируют в сторону уменьшения размера. Это явление называется «*островная карликовость*». Видимо, главное преимущество крупного размера – безопасность от хищников, и, видимо, на островах, где хищников мало, этот фактор перестаёт действовать, а прокормить себя проще, будучи не очень большим. Поэтому на всех средиземноморских островах водились карликовые слоны или мамонты.



Вот так художник изобразил слона, слонёнка и слониху с Сицилии по сравнению с человеком

То же самое происходило и на многих других островах за пределами Средиземного моря: островах Чаннел в Калифорнии, острове Св. Павла в Беринговом море, острове Врангеля между Восточно-Сибирским морем и Чукотским морем, на островах Флорес, Сулавеси и Яве в Индонезии, на острове Лусон на Филиппинах. Так что можно считать уменьшение слонов и мамонтов общим правилом.

На острове Флорес дважды появлялся карликовый слон. Сначала был – примерно 800 тыс. лет назад – совсем крошечный *Stegodon sondaari* ростом 1 м (на картинке слева), потом он вымер, а после появился *Stegodon florensis* ростом около 2 м (на картинке справа), тоже карликовый по сравнению с континентальным. И он тоже вымер 50 – 20 тыс. лет назад.



Добавим к этому карликовых носорогов на Суматре (они уцелели до наших дней) и на Филиппинах, карликовых гиппопотамов на средиземноморских островах.

Суматранский носорог (Dicerorhinus sumatrensis sumatrensis) по имени Рату в заповеднике суматранских носорогов. Национальный парк Уэй Камбас, остров Суматра, Индонезия

Тамарау – карликовый буйвол с острова Миндоро на Филиппинах

Вымершая карликовая коза *Myotragus* («мышекоза») с Балеарских островов. Обратите внимание, что у неё глаза не по бокам, как у всех остальных коз, а смотрят вперёд, как у собаки

Аналогичные изменения происходят на изолированных островах с парнокопытными.

К списку островных карликов можно добавить и отдельные виды вымерших людей ростом 1 м. В 2004 году открыли вид карликовых людей *Homo floresiensis* на острове Флорес в Индонезии (их прозвали «хоббитами»). А начиная с 2007 года нашли ещё несколько представителей карликовых людей *Homo luzonensis* на острове Лусон на Филиппинах. И тот и другой вид вымерли 60 – 50 тыс. лет назад.

Параллельно с островной карликовостью, в других отрядах животных существует и островной гигантизм. Грызуны на изолированных островах часто бывают огромных размеров. Чемпион гигантизма – гигантская крыса всё с того же острова Флорес. Она может иметь длину 40 см, не считая хвоста, и весить до 9 кг.

Сардинская пищуха

И это не единственный пример. *Сардинская пищуха* водилась на Сардинии и Корсике. Она даже дожила до античных времен, греческий историк Полибий её описывает: «При взгляде издалека похожа на зайца, но при поимке сильно отличается от него по внешнему виду и вкусу и живёт по большей части под землёй». На шотландском острове Сент-Кильда живут гигантские полевые мыши, которые весят 50 – 70 г (обычный вес мыши – от 15 до 30 г).

На всех островах, которые никогда не соединялись с континентом, почти нет млекопитающих. И их экологические ниши нередко заняты птицами. Почти на любом таком острове можно найти нелетающую самую большую птицу, иногда несколько разных видов. В Новой Зеландии это *моа*, на Гавайских островах – разные гигантские гуси, на Маврикии – *дронт*. Как правило, судьба таких больших птиц после появления людей была плачевна.

В шестидесятые годы прошлого века было сформулировано «островное правило»: все крупные животные на островах становятся мельче, а все мелкие – крупнее. Сейчас это правило в таком виде подвергается ревизии: это верно про слонов, верно в какой-то степени для парнокопытных, но неверно в качестве общего правила.

Художник Алексей Вайнер

Листья в шубках

Опавшие листья на дороге оказались одеты в снеговые шубки после первого снегопада (см. картинку). Как так вышло, что снег в точности повторяет расположение листьев?

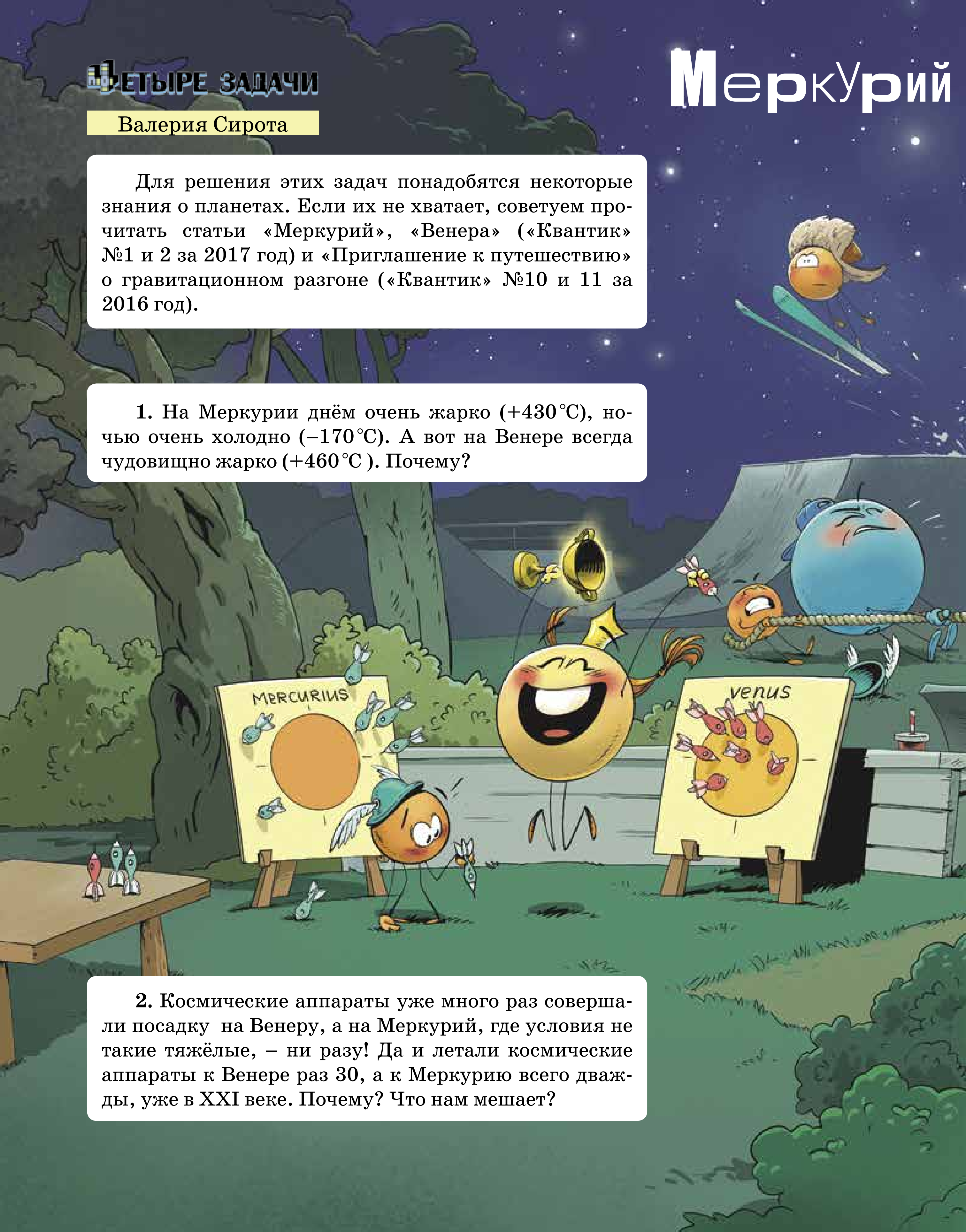
Автор Александр Бердников
Художник Елена Цветаева

Меркурий

Валерия Сирота

Для решения этих задач понадобятся некоторые знания о планетах. Если их не хватает, советуем прочитать статьи «Меркурий», «Венера» («Квантик» №1 и 2 за 2017 год) и «Приглашение к путешествию» о гравитационном разгоне («Квантик» №10 и 11 за 2016 год).

1. На Меркурии днём очень жарко (+430 °C), ночью очень холодно (–170 °C). А вот на Венере всегда чудовищно жарко (+460 °C). Почему?



2. Космические аппараты уже много раз совершали посадку на Венеру, а на Меркурий, где условия не такие тяжёлые, – ни разу! Да и летали космические аппараты к Венере раз 30, а к Меркурию всего дважды, уже в XXI веке. Почему? Что нам мешает?

и Венера

3. Масса Меркурия вдвое меньше массы Марса (и всего в 5 раз больше массы Луны), а радиус Меркурия – в 1,4 раз меньше радиуса Марса. У кого из них больше плотность и во сколько раз? Почему, как вы думаете, так получилось? Почему плотность Земли больше, чем плотность Венеры?

4. При наблюдении с Земли Меркурий никогда не удаляется от Солнца дальше, чем на угол примерно 30°, а Венера – дальше, чем примерно на 45°.

а) Почему углы отклонения этих планет от Солнца не могут быть большими – например, больше 90°?

б) На какой максимальный угол удаляются от Солнца Земля и Венера для наблюдателя на Меркурии?

в) А Земля и Меркурий для наблюдателя на Венере?

Художник Мария Усеинова

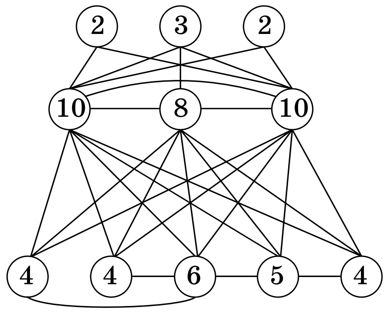
Константин Кохась

КАК ОГРЫЗА УЛАВЛИВАЛА ЦВЕТОЧНЫЕ АРОМАТЫ

– Сейчас всё унифицировалось, – рассказывал питон Уккх коллеге Спрудлю, – это как конструктор: все корпуса, платы, коннекторы настолько стандартные, что можно слепить из них всё что угодно. Например, соберём побольше датчиков, включателей, индикаторов, подберём для них красивые липучки, крючочки, ленточки для крепления... А написать программную оболочку наймём какого-нибудь айтишника из подворотни. И готово! Остаётся подобрать хорошее название... Гм... Домохранитель?

– Нейросторож?

– Да, неплохо. Я и схему уже подготовил. Датчики обозначены кружочками, а линии соединяют датчики, которые обмениваются между собой информацией. Для удобства на каждом кружочке обозначено, со сколькими датчиками он соединён. Тут ещё где-то была пояснительная записка, какой кружочек какому датчику соответствует...



– Не-е-е хочется тратить время на изделие, которое не будет иметь спроса, – перебил его коллега Спрудль, – надо бы для начала испытать эту штуку. Ты её смо-о-онтируй, и мы подарим её Злобнопотаму, бульк, посмотрим, как он с ней уживётся.

– Что сразу Злобнопотаму-то? Нельзя, что ли, кого-то не настолько борзого осчастливить?

– А это чтобы ты не ха-а-алтурил. Делай так, чтобы даже Злобнопотаму понравилось.

* * *

– Это «Не-е-ейросторож» – новейшая экспериментальная модель! – разливался коллега Спрудль. – Питон Уккх изготовил её лично для вас. Надёжно защитит ваш дом назло всем врагам!

– Я ненавижу слова, в которых есть корень «зло»! – рявкнул Злобнопотам.

– Извините, не назло, а, эээ.., бульк, на добро! Просто установите датчики в нужные места, и они сами свяжутся друг с другом. Например, если образовалась лужа на полу, датчик протечек свяжется с микрофоном, датчиком запахов, счётчиками воды и с датчиком движения – и они вместе начнут выяснять, хлещет ли это вода из разорвавшейся трубы, бульк, или это, скажем, злоумышленник просто уронил на пол стакан с водой.

– Как ты сказал?!

– Извините, не злоумышленник, а эээ... доброумышленник! Ну или просто мышь! Датчик контроля мышиных нор скооперируется с датчиком дверцы буфе-е-ета, датчиком сквозняка под шкафом, детекторами шуршания, хруста и писка и активатором мышеловки, и они начнут совместную охоту на злостного, бульк, простите, добростного нарушителя.

* * *

Ввалившись в офис компании «Математические услуги», коллега Спрудль выложил на стол кучу каких-то приборов и коробочек.

– Осваиваете мусорный бизнес? – вежливо поинтересовался директор фирмы Горгулий.

– Срочный заказ. Этот хлам не работает. Добропотам дал мне 5 часов на устранение недостатков. Если вы не справитесь – я вас со света сживу... если уцеле-е-ею!

– Уцелевайте, уцелевайте, – ехидно сказал Горгулий и улыбнулся. – И не забудьте передать от нас привет, хе-хе, Бобропотаму!

Коллега Спрудль нахмурился.

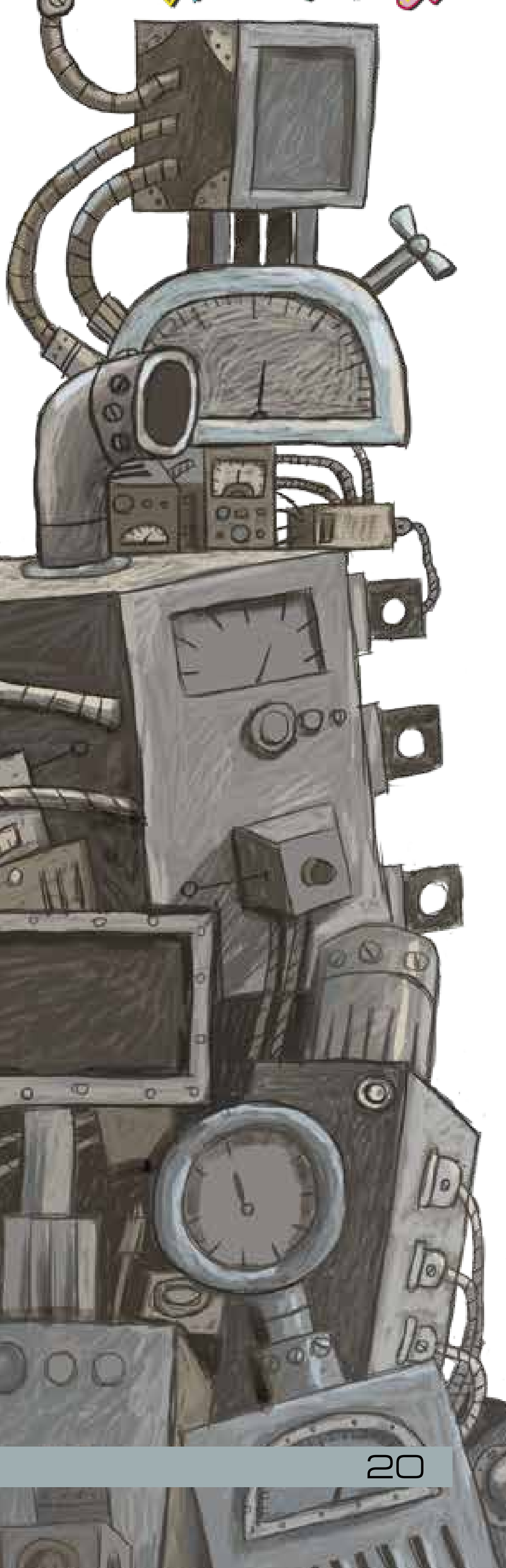
– На-а-аверно, вы могли бы принять заказ по десятикратному сверхсуперсрочному тарифу? – уже почти миролюбиво предположил он.

В глазах Горгулия появился интерес.

– По пятнадцатикратному, – заявил он, сверившись с прейскурантом. – Ну, что там у вас не работает? Включайте.

Коллега Спрудль включил. Приборы помигали светодиодами и зажглась красная лампочка.

– Здесь центра-а-альный компьютер, – коллега Спрудль показал на коробочку покрупнее. – Види-



те, он пишет «невозможно построить сеть». А это, бульк, – коллега Спрудль показал на кучу маленьких коробочек, – датчики. Каждый из них пытается соединиться с другими. Но не получается. Вот этот, например, пишет «устана-а-авливаем 4 соединения...». Но не соединяется.

* * *

– Сейчас всё унифицировалось, – объясняла Бусенька Горгулию, – это как конструктор: все устройства совершенно стандартные и полностью совместимые. Поэтому нейросторожа можно описать простой схемой: рисуем датчики в виде кружочков, соединяем линиями те датчики, которые обмениваются информацией, и готово! Я посмотрела показания всех датчиков нейросторожа и записала для каждого датчика, со сколькими датчиками он обменивается информацией. Получается вот такая картина.

② ② ② ③ ④ ④ ④ ⑤ ⑧ ⑩ ⑩

Как именно установлены связи, мы не знаем. Но допустим, что им удалось соединиться. Тогда последний датчик должен соединяться с десятью другими, а остальных датчиков как раз 10, значит, он должен быть соединён со всеми. Уберём его! От этого число соединений у каждого из остальных датчиков уменьшится на 1. Получится схема поменьше.

① ① ① ② ③ ③ ③ ④ ⑦ ⑨

– О, – воскликнул Горгулий, – теперь опять последний из датчиков соединён со всеми остальными.

– Уберём и его. При этом первые три датчика будут больше ни с чем не связаны, их тоже уберём. Останется вот что.

① ② ② ② ③ ⑥

Как видим, очередной последний датчик должен быть связан с шестью другими. Но остальных только пять! Поэтому такое соединение невозможно.

– Тебе просто повезло! – воскликнул Горгулий. – А что бы ты делала, если бы не нашлось датчиков, которые соединяются со всеми остальными? Перебирала бы всевозможные способы соединения?

– Я бы воспользовалась одним потрясающим фактом. Доказать его не просто, но он верен: если схема соединения датчиков существует, то всегда можно взять любой датчик и перестроить схему так, чтобы этот датчик был соединён с самыми многоконтактными датчиками среди оставшихся (и чтобы число контактов у каждого датчика не изменилось). Поэтому можно уменьшить схему, убрав из нее любой датчик.

– То есть я могу взять наш исходный набор датчиков и убрать из него, скажем, датчик с пятью контактами?

– Да! И уменьшить при этом на 1 пять самых больших чисел на оставшихся датчиках.

– Сейчас попробуем, – сказал Горгулий. – Убираем «5» и уменьшаем числа 10, 10, 8, 4, 4 на 1. Э, погоди, у нас же есть ещё одно число 4.

– Мы должны уменьшить только пять чисел, поэтому последнюю четвёрку уменьшать не нужно. Значит, был такой набор датчиков

② ② ② ③ ④ ④ ④ ⑤ ⑧ ⑩ ⑩,

а получился такой

② ② ② ③ ④ ③ ③ ⑦ ⑨ ⑨.

– А теперь, если я уберу двойку, – продолжил экспериментировать Горгулий, – получится

② ② ③ ④ ③ ③ ⑦ ⑧ ⑧

Давай уберём ещё двойку, а лучше даже сразу обе.

③ ④ ③ ③ ⑦ ⑥ ⑥

Готово! Снова противоречие: имеется датчик с семью контактами, а остальных датчиков всего 6.

– Только вот странно, – сказала Бусенька, – питон Уккх очень умён и очень аккуратен в подсчётах. Он не мог предложить столь очевидно неработающую конструкцию.

– Думаю, нам надо посоветоваться с Огрызой. – сказал Горгулий. – С тех пор как она обустроилась в подвале у Злобнопотама, она лучше всех понимает специфику этого места.

* * *

– Сейчас всё унифицировалось, – рассказывала мышь Огрыза Горгулию, – это как конструктор: всякие там щитки, разъёмы и прочая дребедень абсолютно стандартны и подключаются друг к другу в любых

сочетаниях. Чтобы сляпать какой-нибудь детектор, берёшь фитюльку, реагирующую на свет, холод, шум, ну или что там ещё нужно, цепляешь её к штукенции, которая ловит её сигналы, и присобачиваешь это всё к ерундовине, обеспечивающей беспроводную связь. Готово!

– А как «штукенция» поймёт, с чем её соединили?

– Ей не надо понимать. Получила сигнал – обработай и передай по цепочке. Там поймут.

– Ну то есть должны быть центральные мозги, которые получают сигналы, анализируют их и выясняют, что случилось.

– Насчёт мозгов ты это здорово пошутил, – сказала Огрыза. – Ценю. Берут самый дешёвый компьютер и пишут для него тупейшую программу. Если ты подключишь к ней совсем другие датчики, она даже не заметит! И я решила помочь нашему славному Злобнопотамчику: датчик контроля мышиных нор – это же средневековье какое-то: где современная электроника и где мышиные норы! Я прогрызла корпус датчика и заменила установленный в нём детектор на новейший уловитель цветочных ароматов.

– Почему ароматов? Зачем ароматов?

– Ничего более подходящего под рукой не оказалось.

– Всё понятно, – сказал Горгулий, – датчик нор должен был связаться с шестью другими датчиками, а уловитель ароматов связывается только с двумя – с кнопкой сливного бачка и крышкой мусорного ведра. В результате схема нейросторожа не собралась.

– Как это не собралась? Должна была собраться, какая ей разница.

– А вот не собралась! Почувствовала аромат подлога! Надо бы теперь нам вместо аромата цветов вернуть туда шестивалентный датчик. Судя по каталогу, есть всего пара подходящих вариантов: датчик запылённости или детектор землетрясений.

– Пыли там всегда навалом. Не надо запылённость. Шум мне ни к чему. Обойдёмся землетрясениями.

Художник Инга Коржнева

Сергей Федин

«СПРАВЕДЛИВЫЙ» ЧАЙНИК

Представь, что к тебе в гости пришли двое друзей и ты решил угостить их чаем. Стал наливать из чайника одному, а второй обиделся: «А чего это ты ему сперва наливаешь, а не мне?» «Ну ладно», – говоришь ты и начинаешь наливать чай ему. Но тут обижается первый: «Нет уж, давай мне сначала!» Так ведь и до драки может дойти!

Специально для таких сложных ситуаций мы придумали чайник с двумя носиками – из него можно наливать чай сразу в две чашки (с одинаковой скоростью). И быстрее получается, и никому не обидно!

Но у такого «справедливого» чайника есть ещё одно, неожиданное применение. Двуносый чайник – неиссякаемый источник головоломок!

Вот только три из них. В задачах 1 и 2 можно переливать чай из чашки в чашку, а также из чашки в чайник.

Задача 1. (*В. Крашенинников*) В двуносом чайнике не менее трёх чашек чая. Как наполнить три чашки?

Задача 2. (*П. Пармаксон*) В двуносом чайнике чая ровно на одну чашку. Как разлить его поровну четырём гостям?

Задача 3. Есть два чайника – трёхносый и двуносый, а также три пустых стакана. В каждый из чайников налито по стакану чая. Как с помощью всей этой посуды

а) налить два стакана чая, если переливать чай из стаканов обратно в чайники нельзя;

б) заполнить каждый из стаканов наполовину (переливать можно)?

Художник Ольга Демидова

Теоремы Наполеона, ван Обеля и их обобщения

Материал подготовил
Максим Прасолов

На сторонах треугольника во внешнюю сторону построены правильные треугольники. Оказывается, их центры также лежат в вершинах правильного треугольника (рис. 1).

Это утверждение известно как *теорема Наполеона.*

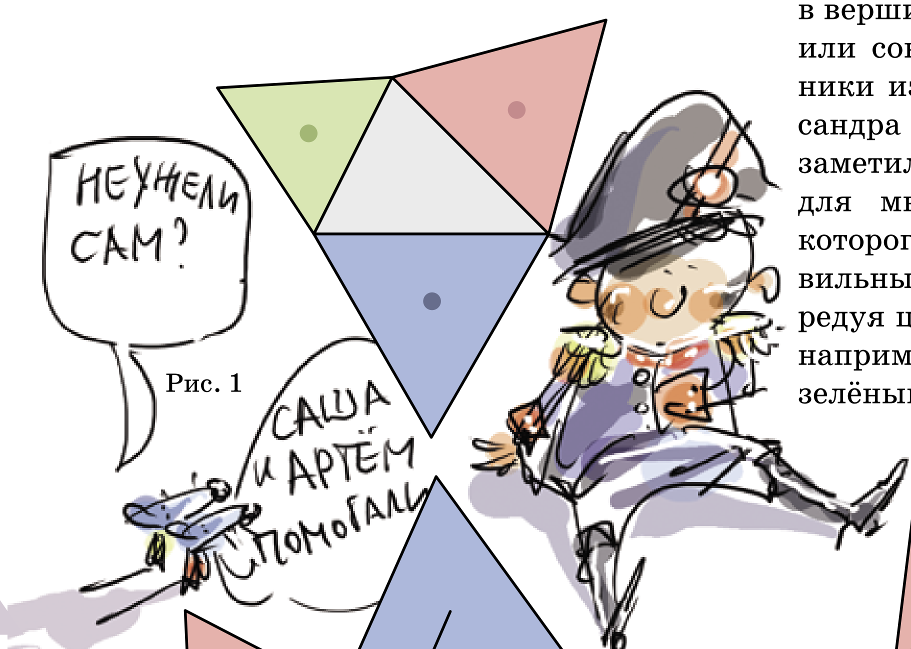


Рис. 1

Теперь возьмём любой шестиугольник и на его сторонах во внешнюю сторону построим правильные треугольники. Для каждой пары противоположных треугольников соединим их центры отрезком и отметим его середину. Тогда эти середины тоже лежат в вершинах правильного треугольника или совпадают (рис. 2). Девятиклассники из московской школы 179 Александра Мадорская и Артём Толстобров заметили аналогичное утверждение для многоугольника, число вершин которого делится на 3. Покрасим правильные треугольники в три цвета, чередуя цвета в одном и том же порядке, например, зелёный, синий, красный, зелёный, синий и т. д. Для каждого

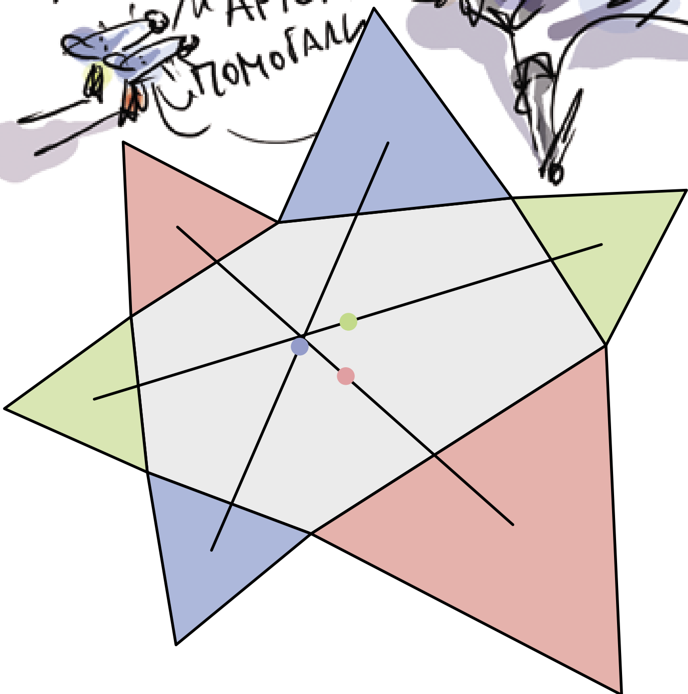


Рис. 2

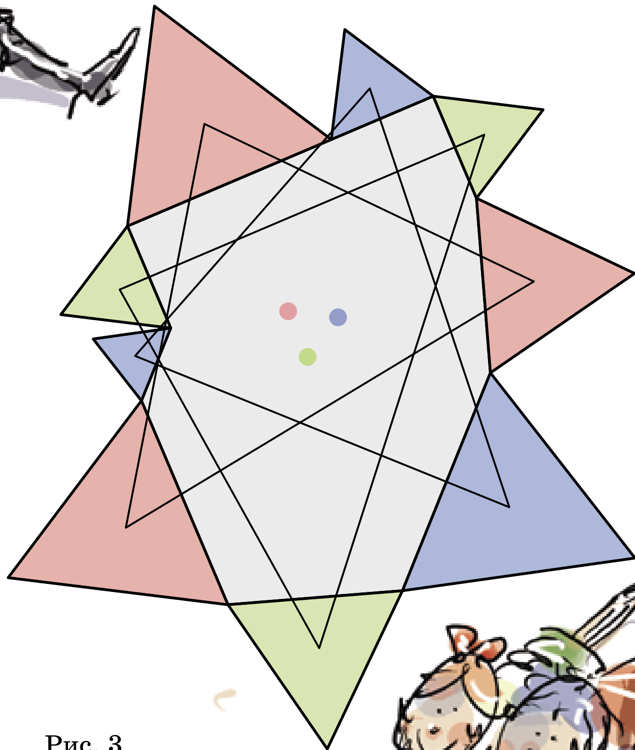


Рис. 3

цвета построим многоугольник с вершинами в центрах правильных треугольников этого цвета и отметим его центр масс. Тогда полученные три точки лежат в вершинах правильного треугольника или совпадают (рис. 3).

Например, для 9-угольника получаются три треугольника, а их центры масс – это точки пересечения медиан (рис. 3). Для 12-угольника получаются три четырёхугольника, а центр масс четырёхугольника находится в середине отрезка, соединяющего середины противоположных сторон.

А ещё Саша и Артём сформулировали, что выйдет, если строить квадраты.

Квадраты нужно красить уже в четыре цвета, а четыре полученные точки – это концы двух равных перпендикулярных друг другу отрезков (рис. 4–6). Когда квадратов четыре (рис. 4), это утверждение известно как *теорема ван Обеля*.

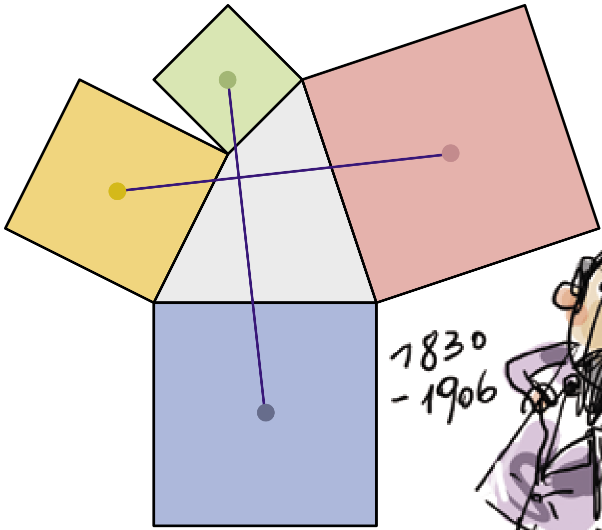
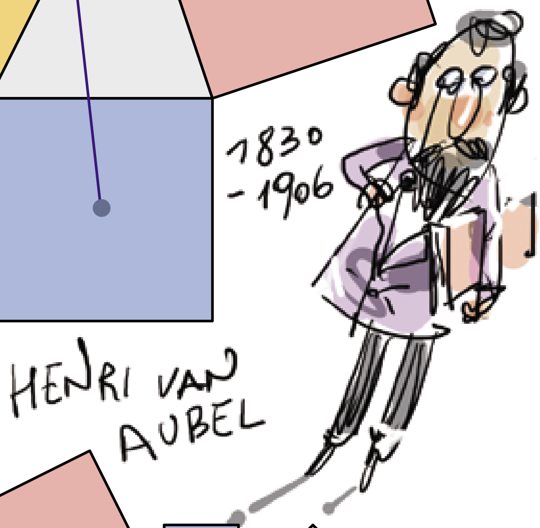


Рис. 4



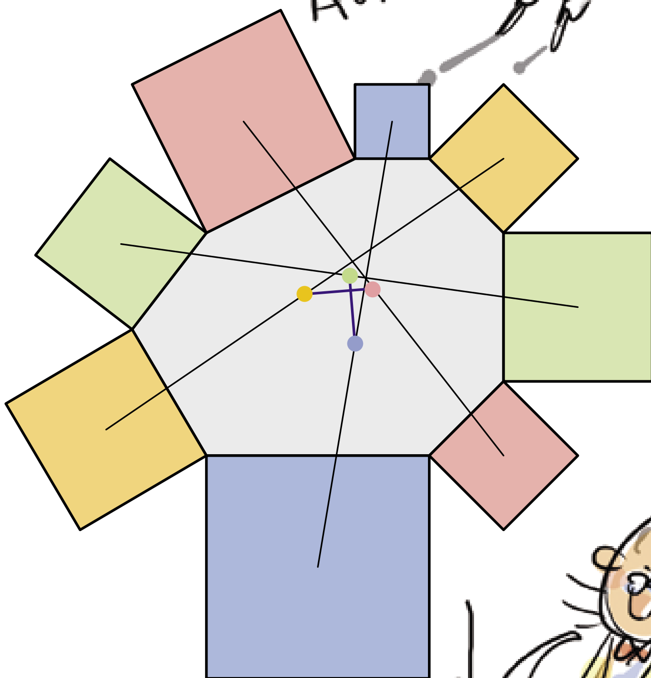


Рис. 5

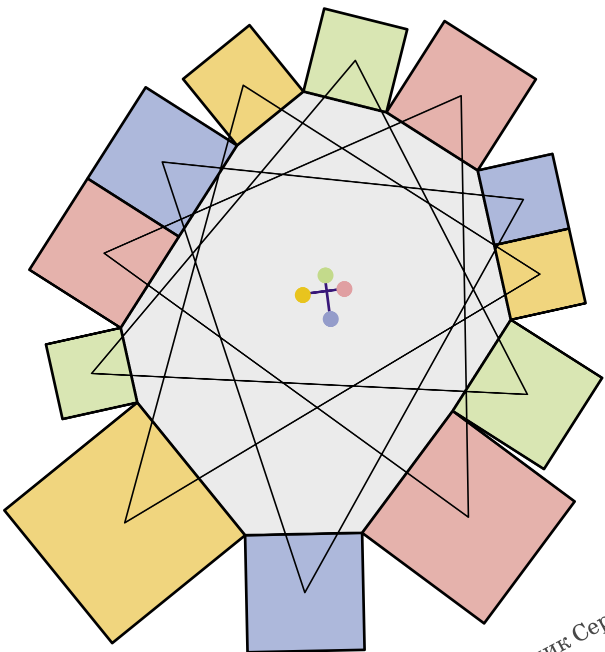


Рис. 6

Художник Сергей Чуб

Интересные утверждения получаются и если строить правильные пятиугольники, шестиугольники...

Решения VI тура отправляйте по адресу **ruskonkurs@kvantik.org** не позднее **20 декабря**. В письме укажите ваши имя, фамилию, город, школу и класс, где вы учитесь. Победителей ждут призы, предусмотрены премии за лучшее решение отдельных туров. Желаем успеха!

Предлагайте задачи собственного сочинения – лучшие будут опубликованы.

VI ТУР

26. Вы думали, что УЧЕНИЦА – это девушка, которая следит за чистотой кораблей? А вот и нет: УЧЕНИЦА – это совершенно то же самое, что ВЫУЧЕНИЦА. Какие слова мы заменили на УЧЕНИЦА и ВЫУЧЕНИЦА?

Д. Б. Житницкий

27. Тохарский A – один из древних индоевропейских языков. В одном тохарском A тексте встретилась фраза *Это отцами и праотцами установленное правило не нарушай*. Тохарский глагол, использованный в этой фразе, буквально значит «переходить». Какое русское существительное приводят исследователи, комментируя этот факт?

И. Б. Иткин

28. Во время зарубежной экскурсионной поездки в автобусе по-русски предлагалось купить напитки: колу, чай, яблочный сок… А в названии одного напитка, к удивлению русских туристов, упоминался цвет. Что это за напиток и как выглядело его название?

К. В. Литвинцева

29. …Мяч пролетел совсем рядом со штангой. «УВАЖАЕМЫЙ гол…» – огорчённо вздохнул маленький Лёва. Какое слово мы заменили на УВАЖАЕМЫЙ? Кратко поясните свой ответ.

С. И. Переверзева

30. Знаменитый биолог Фан Фаронов утверждает, что в результате экспериментов у него появились необычные существа: возики, доксы, зиты, ллели и шюты, – причём ровно по два животных каждого вида. Самое удивительное, что про всех животных, кроме одного, Фан Фаронов говорит правду. Про какое животное гениальный исследователь всё-таки приврал? Кратко поясните свой ответ.

С. Н. Федин

Художник Николай Крутиков

КОНКУРС ПО РУССКОМУ ЯЗЫКУ, V ТУР

(«Квантик» № 9, 2023)

21. *Как-то Соня с мамой стояли на остановке, и вдруг мимо них проехала маршрутка с яркой рекламной надписью.*

– «XY магазин в Мытищах!» Мама, а разве можно продавать радиоактивные вещества в магазине? – удивилась Соня.

– Маршрутка ехала очень быстро, ты не заметила восклицательный знак, – рассмеялась мама. – Там было написано «X! Y магазин в Мытищах!»

Что за надпись была на маршрутке?

Там было написано **«Ура! Новый магазин в Мытищах!»** Соня прочла начало надписи как «Урановый…» и удивилась: уран радиоактивен, продавать его в магазине никто не станет.

22. *С гласной – неаккуратное и неразборчивое; с Ь – мягкое и ценное. О каких двух словах идёт речь?*

Речь идёт о словах ***каракули*** (текст, написанный неаккуратным и неразборчивым почерком) и ***каракуль*** (мягкий и ценный овечий мех).

23. *Максимум* – 24.09. *А когда минимум?*

24.09, то есть *двадцать четвёртое сентября*, – самая длинная (по количеству букв) календарная дата. А самая короткая такая дата – **5.05, *пятое мая***. Других дат, состоящих из 25 и из 8 букв, в календаре нет (проверьте!).

24. *Однажды летом маленький Саша поехал с родителями отдыхать в _______. Там было очень тепло, и Саша думал, что эта страна называется так потому, что они поехали туда _____________. Заполните пропуски.*

Зачем из более холодной страны ехать в более тёплую? Конечно же, **греться**! Вот маленький Саша и подумал, что название ***Греция*** происходит от этого глагола.

25. *Одна маленькая девочка называла одно из помещений в доме, заменяя в нём второй согласный звук. Если учесть, для чего предназначено это помещение, получалось вполне логично. Напишите название этого помещения так, как его произносила девочка.*

Вместо *кухня* девочка говорила ***кушня***. Поскольку на кухне кушают, то есть едят, получалось и впрямь вполне логично.

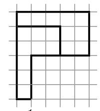
НАШ КОНКУРС, I ТУР

(«Квантик» № 9, 2023)

1. *На эскалаторе в метро ступеньки пронумерованы по порядку. На каждой пятой* (5, 10, 15, …), *на первой и на последней ступеньках краской написаны их номера. Поднимаясь по эскалатору, Вася заметил три подряд идущие ступеньки, на которых были написаны номера. Он сложил эти три номера и получил некоторое число. Назовите последнюю цифру этого числа и объясните, почему она именно такая.*

Ответ: 2. Среди трёх подряд идущих ступенек лишь у одной номер может быть кратен 5, поэтому Вася заметил первую ступеньку, последнюю и «кратную пяти», причём она предпоследняя. Тогда номер последней ступеньки оканчивается на 1 или 6, а сумма оканчивается на ту же цифру, что $1+5+6=12$ или $1+0+1=2$, это 2.

2. *Разрежьте флажок на две равные по форме и размерам части.*



Ответ: см. рисунок.

3. *У Вани 4 яблока, у Коли – 41 яблоко, а у всех остальных мальчиков по 14 яблок. Мальчики могут поменяться между собой яблоками так, чтобы у всех стало поровну. Сколько всего мальчиков?*

Ответ: 17. Пусть сначала Коля отдаст Ване 10 яблок. Тогда у всех, кроме Коли, будет по 14 яблок, а у Коли $31=14+17$ яблок. Поскольку яблоки можно разделить между всеми поровну, «лишние» 17 яблок Коли можно раздать всем мальчикам (включая Колю) поровну. Но 17 нацело делится только на 1 и на 17, а мальчиков больше одного – значит, всего их ровно 17.

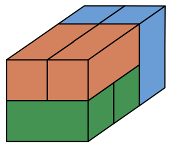
4. *У Фелониуса Грю живут* 33 *миньона, все они весят одинаково. Однажды один из них стащил у Грю банан и съел его, но Грю не знает, кто это сделал. У него есть большие чашечные весы без гирь, на которых он может взвешивать любое количество миньонов. Однако если миньоны оказываются на одной чаше весов, они ссорятся и больше на одну чашу одновременно их ставить нельзя. Как Грю за четыре взвешивания найти воришку, если после съеденного банана он весит больше остальных?*

Пронумеруем миньонов. Первым взвешиванием на одну чашу поставим миньонов с номерами от 1 до 7, а на другую – от 8 до 14. Если одна из чаш перевесила, то воришка среди 7 миньонов на этой чаше. Взвесив три разные пары из этих семерых (по одному миньону на чаше), мы либо найдём перевесившего, либо поймём, что тяжёлый – оставшийся из семи.

Если же сначала было равновесие, то миньоны с 1 по 14 – честные. Взвесим теперь по 5 миньонов: на одной чаше с номерами от 15 до 19, на другой – от 20 до 24. Если одна из чаш перевесит, то двух взвешиваний по одному миньону на чаше хватит, чтобы найти воришку среди перевесивших пяти. Если снова равновесие – взвешенные миньоны не ели банан. Тогда третьим взвешиванием сравним миньонов 25, 26, 27 и 28, 29, 30. Воришка будет в перевесившей тройке или, при равновесии, в тройке 31, 32, 33. Взвесив четвёртым взвешиванием двух из трёх «кандидатов», мы узнаем, кто в этой тройке воришка.

5. *Каменщик выложил стенку без дырок и полостей из одинаковых кирпичей* $1\times1\times2$. *Но некоторые кирпичи он положил вдоль, некоторые поперёк, некоторые вертикально, то есть длинное ребро кирпича параллельно одному из трёх направлений. Могло ли оказаться, что кирпичей каждого из трёх типов поровну, если размеры стенки:* а) $3\times8\times10$; *б)* $3\times9\times10$?

Ответ: а) да; б) нет.



а) Взяв по два кирпича каждого из трёх типов, сложим блок $3\times2\times2$ (см. рис.), а из 20 таких блоков сложим стенку $3\times8\times10$.

б) В стенке $3\times9\times10$ должно быть по 45 кирпичей каждого вида. Мысленно выделим в стенке три слоя $1\times9\times10$. Любой кирпич лежит либо целиком в одном слое, либо в двух соседних слоях. Каждый из 45 кирпичей, лежащих в двух слоях, занимает в среднем слое ровно один кубик. Но оставшиеся 45 кубиков среднего слоя невозможно нацело разбить между кирпичами, которые лежат в слое целиком (занимая по 2 кубика), поэтому стенку $3\times9\times10$ сложить нельзя.

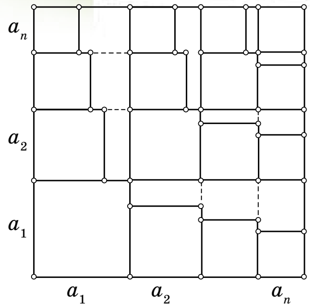
МЕТОД «МЭТРА», ИЛИ ЗАЧЕМ СЛЕДИТЬ ЗА РАЗМЕРНОСТЬЮ?

(«Квантик» № 10, 2023)

1. Первый способ. Пусть данные числа – a_1, a_2, ..., a_n. Без ограничения общности считаем, что a_1 – наибольшее. Заметим тогда, что $a_1^2 = a_1^2\cdot 1 = a_1^2\cdot(a_1+a_2+\ldots+a_n) = a_1^3+a_1^2a_2+\ldots+a_1^2a_n \geqslant a_1^3+a_2^3+\ldots+a_n^3$. (Мы почти повторили решение задачи 4 из статьи. Можно было вывести требуемое, умножив неравенство задачи 4 на a_1.)

Второй способ. Рассмотрим параллелепипед $1\times a_1\times a_1$, его объём равен a_1^2. В него можно поместить по кубику со сторонами a_1, a_2, ..., a_n (см. рисунок из статьи), откуда следует требуемое.

2. Рассмотрим квадрат 1×1. В силу условия $a_1+a_2+\ldots+a_n=1$ в него можно поместить квадрат со стороной a_1, три квадрата со стороной a_2, ..., $2n-1$ квадратов со стороной a_n (см. рисунок). Отсюда и следует требуемое неравенство.



3. Первый способ. Рассмотрим параллелепипед $1\times1\times a_1$. В силу условия $a_1+a_2+\ldots+a_n=1$ в него помещаются кубик со стороной a_1, три кубика со стороной a_2, ..., $2n-1$ кубиков со стороной a_n (рисунок тот же, что в упражнении 2). Отсюда и следует требуемое неравенство.

Второй способ. Домножим неравенство из упражнения 2 на a_1. Получим, что a_1 не меньше $a_1^3+3a_1a_2^2+\ldots+(2n-1)a_1a_n^2$, что не меньше $a_1^3+3a_2^3+\ldots+(2n-1)a_n^3$, поскольку число a_1 – наибольшее из данных.

4. Число 1 в левой части имеет другую «размерность» нежели остальные слагаемые. Заметим, что $1=(a+b+c)^2$. С учётом последнего данное в условии неравенство превращается (после раскрытия скобок и приведения подобных) в равносильное $2a^2+2b^2+2c^2\geqslant 2ab+2bc+2ca$. Оно является суммой трёх неравенств $a^2+b^2\geqslant 2ab$, $b^2+c^2\geqslant 2bc$, $c^2+a^2\geqslant 2ca$. Первое получается, если раскрыть скобки в очевидном неравенстве $(a-b)^2\geqslant 0$ (квадрат числа всегда неотрицателен), аналогично получаются два других.

5. а) Дублирует доказательство пункта б).

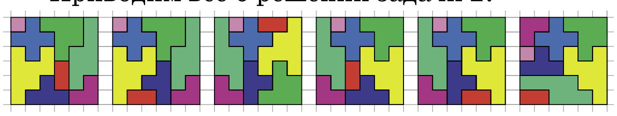
б) «Размерность» членов правой части на 1 больше «размерности» членов левой. По условию $a^2x+b^2y=(a^2x+b^2y)\cdot 1\geqslant(a^2x+b^2y)\cdot(x+y)$. Поэтому достаточно доказать, что $(a^2x+b^2y)\times(x+y)\geqslant(a+b)^2xy$. После раскрытия скобок и приведения подобных остаётся $(ax)^2+(by)^2\geqslant 2abxy$, что мы уже доказали в упражнении 4 (сумма квадратов двух чисел не меньше их удвоенного произведения).

6. Сделаем в обеих частях квадратную «размерность»: $3(a^2+b^2+c^2)\geqslant(a+b+c)^2$. Раскрыв скобки и приведя подобные, получим неравенство $2a^2+2b^2+2c^2\geqslant 2ab+2bc+2ca$, уже доказанное в упражнении 4.

ГОЛОВОЛОМКА «ВЗАПЕРТИ»

(«Квантик» № 10, 2023)

Приводим все 6 решений задачи 2:



ВОЗДУШНЫЙ ШАРИК В АКВАРИУМЕ
(«Квантик» № 10, 2023)

Резко присядьте, стоя на весах. Вы увидите:
- до и после приседания весы покажут ваш вес;
- во время приседания показания уменьшатся;
- в конце приседания будет «удар» – показания веса скакнут вверх и вернутся к исходным.

Весы уменьшают показания, потому что во время приседания центр масс человека перемещается вниз. Какие силы действуют на человека? Во-первых, сила притяжения земли, во-вторых – сила, с которой весы давят на человека. Когда человек неподвижен, эти силы равны, а если движется вниз, это означает, что весы давят слабее, чем его притягивает сила тяжести.

Это же происходит с аквариумом. Когда шарик всплывает, центр масс «аквариума с водой» движется вниз (так как вода опускается, а шарик поднимается) – за счёт того, что сила, с которой давят на него весы, оказывается слабее силы тяжести в состоянии покоя. Значит, когда шарик начнёт всплывать, весы уменьшат показания, а когда всплывёт, вернутся к исходным.

ФЕРЗЬ И ЦЗЯНЬШИЦЗЫ

Комментарий. Со словами на ленте, сохраняющимися при таких заменах, наши герои встречались в статье «Слова на ленте» в «Квантиках» №5 и 6 за 2020 год. Получающееся в этой игре слово называется *словом Фибоначчи*.

Рассказ про те же игры с другой точки зрения – с числами Фибоначчи и золотым сечением $\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ – читайте в «Кванте» № 7 за 1984 год: А. Матулис, А. Савукинас «Ферзя – в угол, "цзяньшицзы" и числа Фибоначчи».

Как оказывается, проигрышные клетки верхней цепочки можно найти так: их координаты – это последовательность целых частей

$$x_n = [\varphi n],\ y_n = [\varphi^2 n] = [(\varphi + 1)n].$$

Анализ этой же игры имеется в статье, вышедшей в 1936 году в 8 выпуске первой серии «Математического просвещения»: И. В. Арнольд «Об одном свойстве числа $\tau = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$».

ДВА АВТОМОБИЛЬНЫХ ЗЕРКАЛА

Эта машина праворульная, но едет по дороге с правосторонним движением. Зеркала отражают дорогу так, что водитель может видеть в нижнем зеркале, что происходит впереди на встречной (левой) полосе.

ЛИСТЬЯ В ШУБКАХ

Снег падал, конечно, везде – значит, он растаял везде, кроме как на листьях. Выходит, не снег оказался шубкой для листьев, а листья – шубкой для снега, защищая его от плитки, которая, видимо, своим теплом растопила снег везде, где с ней был прямой контакт.

МЕРКУРИЙ И ВЕНЕРА

1. Из-за очень медленного вращения Меркурия вокруг оси день на нём длится целый меркурианский год, или 3 земных месяца. И столько же длится ночь. Поэтому днём поверхность очень сильно нагрета: Солнце примерно в 3 раза ближе, чем к Земле, и греет в $3^2 \approx 10$ раз сильнее. А ночью близость Солнца не спасает от холода. К тому же на Меркурии нет атмосферы, смягчающей перепады температуры, а поверхность обладает малой теплопроводностью – нагревается и остывает только слой толщиной около 1 м, – так что при смене времени суток температура поверхности меняется очень быстро.

На Венере, наоборот, атмосфера такая плотная, что температура везде одинаковая, как в термосе. Углекислый газ, из которого в основном состоит атмосфера Венеры, пропускает солнечный свет к поверхности, но очень плохо выпускает обратно наружу тепловое (инфракрасное) излучение. Получается парниковый эффект: равновесие между получаемой и отдаваемой наружу энергией достигается только при очень высокой температуре.

2. Надо заботиться о том, чтобы аппарат не перегрелся не только при посадке на Меркурий, но и во время полёта, но это мелочи по сравнению с ядовитой атмосферой Венеры, разъедающей любой материал за пару часов. А главная проблема – в притяжении Солнца. Хотя оно помогает попасть к Меркурию, из-за этого притяжения набирается огромная скорость, и летящий от орбиты Земли космический аппарат пронесётся мимо Меркурия, не успев его даже сфотографировать толком! Чтобы погасить такую скорость, нужно очень много энергии – не хватит никаких двигателей. Приходится пускаться на хитрости – применять манёвры гравитационного торможения, используя энергию движения Венеры и самого Меркурия: чтобы улететь подальше от Солнца, используют гравитационный разгон на планетах, а тут – то же самое делается в другую сторону. Даже для того, чтобы выйти на орбиту вокруг Меркурия (а не то что сесть на него!), «Мессенджеру» потребовалось более шести лет – всего в полтора раза меньше, чем «Новым горизонтам» для полёта к Плутону.

3. Объём Марса больше объёма Меркурия в $1{,}4^3 \approx 2{,}74$ раза. А масса у него всего в 2 раза больше. Поэтому плотность Марса меньше плотности Меркурия почти в 1,4 раза. Меркурий вообще почти рекордсмен – из всех планет только у Земли плотность чуть-чуть больше.

Это потому, что, когда Солнечная система образовывалась, в протопланетном облаке тяжёлые фракции (более тяжёлые атомы и пылинки) быстрее излучали («тратили») энергию и опускались вниз, ближе к Солнцу. К тому же, когда Солнце зажглось, лёгкие атомы и молекулы, оказавшиеся внутри Солнечной системы, «выдуло» солнечным ветром из ближних окрестностей Солнца вдаль, к орбите Юпитера. А ещё недообразовавшиеся планеты «собирали» по дороге всё, что встречалось им на пути.

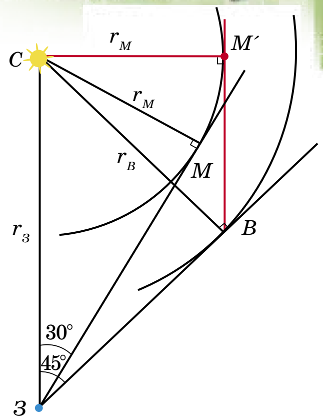
Поэтому теперь ближние к Солнцу планеты состоят из более тяжёлых элементов, вплоть до железа, а дальние – из более лёгких, начиная с Юпитера – в основном из водорода. Меркурий плотнее Венеры, а Венера плотнее Марса.

Почему же Земля обогнала и Венеру, и даже Меркурий? Она состоит из немного более лёгких элементов («материалов»), но из-за её большой массы эти материалы в глубине Земли находятся под гораздо бóльшим давлением внешних слоёв, и поэтому сжаты сильнее.

4. а) Дело в том, что Меркурий и Венера ближе к Солнцу, чем Земля. Нарисуем Солнце (С), Землю (З) и орбиту, например, Меркурия (М). Проведём от Земли касательные к этой орбите. С Земли максимальный угол между Меркурием и Солнцем наблюдается тогда, когда Меркурий оказывается в точке касания – это положение называется *элонгация*. При этом угол «Земля–Меркурий–Солнце» равен 90°, а угол элонгации – угол «Меркурий-Солнце-Земля» – заведомо меньше 90°.

б) Планеты, которые дальше от Солнца, чем наблюдатель, могут отклоняться от Солнца на любой угол, даже на 180° (это называется *противостояние*). Поэтому при наблюдении с Меркурия и Венера, и Земля могут быть даже в противоположной стороне неба.

в) При наблюдении с Венеры Земля тоже может быть где угодно. Покажем, что на Венере угол элонгации Меркурия равен 45°. Подчеркнём что для Венеры Меркурий находится в элонгации (в красной точке M' на рисунке) совсем не в тот момент, что для Земли (в точке M). Из условия задачи мы знаем, что $\angle СЗМ = 30°$ и $\angle СЗВ = 45°$, откуда $r_М/r_З = 1/2$ и $r_В/r_З = 1/\sqrt{2}$. Тогда $r_М/r_В = 1/\sqrt{2}$, а значит, $\angle СВМ'$ тоже равен 45°.



Чтобы задача легко решалась, мы чуть подправили углы элонгаций. Более точно, угол элонгации Меркурия – 28°, Венеры – 48°, угол элонгации Меркурия на Венере – около 40°.

«СПРАВЕДЛИВЫЙ» ЧАЙНИК

1. Наливаем две чашки полностью; выливаем из одной из них чай обратно в чайник; наливаем две пустые чашки полностью.

2. Выливаем всё в чашки № 1 и № 2 (в каждой будет полчашки); чашку №1 выливаем обратно в чайник; выливаем чайник в чашки № 3 и № 4 (в каждой будет 1/4 чашки); выливаем чашку № 2 обратно в чайник; выливаем чайник в чашки № 1 и № 2 (в каждой будет 1/4 чашки).

3. а) Разливаем чай из трёхносого чайника в три пустых стакана. Сливаем весь налитый чай в один стакан, он будет полон. Разливаем чай из двуносого в два пустых стакана, затем содержимое одного из них выливаем в другой.

А можно иначе: сначала из трёхносого чайника выливаем чай поровну в два стакана и двуносый чайник (если там есть место), а потом из двуносого – доливаем доверху эти два стакана.

б) Сначала разливаем чай из трёхносого чайника по трём пустым стаканам. Затем весь этот налитый чай сливаем в один стакан. Он будет полон. Затем из двуносого чайника разливаем чай по двум пустым стаканам. После чего чай в одном из этих двух стаканов переливаем в пустой трёхносый чайник. Теперь у нас на столе три стакана: один – полный чаем, другой – налитый наполовину и третий – пустой. Осталось перелить чай из полного стакана в двуносый чайник, а потом разлить этот чай в два пустых стакана.

А можно так: сначала из двуносого чайника переливаем жидкость поровну в стакан и трёхносый чайник (и один стакан у нас уже готов), а потом из трёхносого чайника – поровну в два оставшиеся стакана и двуносый чайник.

наш КОНКУРС

Приглашаем всех попробовать свои силы в нашем
заочном математическом конкурсе.

Первый этап состоит из четырёх туров (с I по IV) и идёт с сентября по декабрь.

Высылайте решения задач III тура, с которыми справитесь, не позднее 5 декабря в систему проверки **konkurs.kvantik.com** (инструкция: kvan.tk/matkonkurs), либо электронной почтой по адресу **matkonkurs@kvantik.com**, либо обычной почтой по адресу **119002, г. Москва, Б. Власьевский пер., д. 11, журнал «Квантик».**

В письме кроме имени и фамилии укажите город, школу и класс, в котором вы учитесь, а также обратный почтовый адрес.

В конкурсе также могут участвовать команды: в этом случае присылается одна работа со списком участников. Итоги среди команд подводятся отдельно.

Задачи конкурса печатаются в каждом номере, а также публикуются на сайте www.kvantik.com. Участвовать можно, начиная с любого тура. Победителей ждут дипломы журнала «Квантик» и призы. Желаем успеха!

III ТУР

11. Число называется *палиндромом*, если оно одинаково читается слева направо и справа налево (примеры: 7, 77, 787). Представьте число 2023 в виде суммы как можно меньшего количества слагаемых-палиндромов.

12. В полдень из пункта A в пункт $Б$ выехали велосипедисты Алёша и Вася, а навстречу им из пункта $Б$ в пункт A – велосипедисты Боря и Гриша. Каждый ехал с какой-то постоянной скоростью. Спустя какое-то время все четверо одновременно встретились, после чего Алёша и Гриша поехали в пункт A, Боря – в пункт $Б$, а Вася – в один из этих пунктов, причём он приехал четвёртым (позже всех). Каким по счёту приехал Гриша?

Авторы: Сергей Костин (11), Татьяна Казицына и Борис Френкин (12), Александр Грибалко (13, 14), Илья Сиротовский (15)

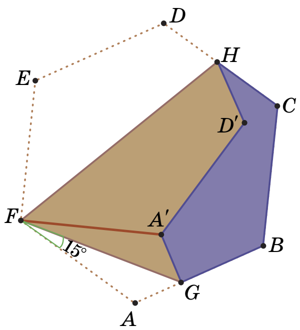
13. Набор состоит из 16 одинаковых фишек в форме равностороннего треугольника. Саша нарисовал на каждой фишке среднюю линию (то есть отрезок, соединяющий середины сторон) и хочет сложить из всех фишек равносторонний треугольник так, чтобы никакие две из этих средних линий не имели общих концов. Сможет ли он это сделать?

14. Перед вами и зрителями выложат несколько монет. Вам по секрету скажут про каждую монету, сколько она весит, а зрителям откроют лишь, что каждая монета весит 2 г или 3 г, а вместе они весят 23 г. Всегда ли вы сможете сделать перед зрителями всего одно взвешивание на чашечных весах без гирь, после которого они тоже поймут про все монеты, какая сколько весит?

15. Бумажный шестиугольник $ABCDEF$, все стороны которого равны 1, а все углы равны 120°, согнули, как показано на рисунке, совместив вершины A и E в точке A'. Угол AFG равен 15°.

а) Найдите периметр шестиугольника $HCBGA'D'$.

б) Докажите, что точки F, D', C лежат на одной прямой.



ПОЗДРАВЛЯЕМ ПОБЕДИТЕЛЕЙ И ПРИЗЁРОВ ТРЕТЬЕГО ЭТАПА НАШЕГО КОНКУРСА!

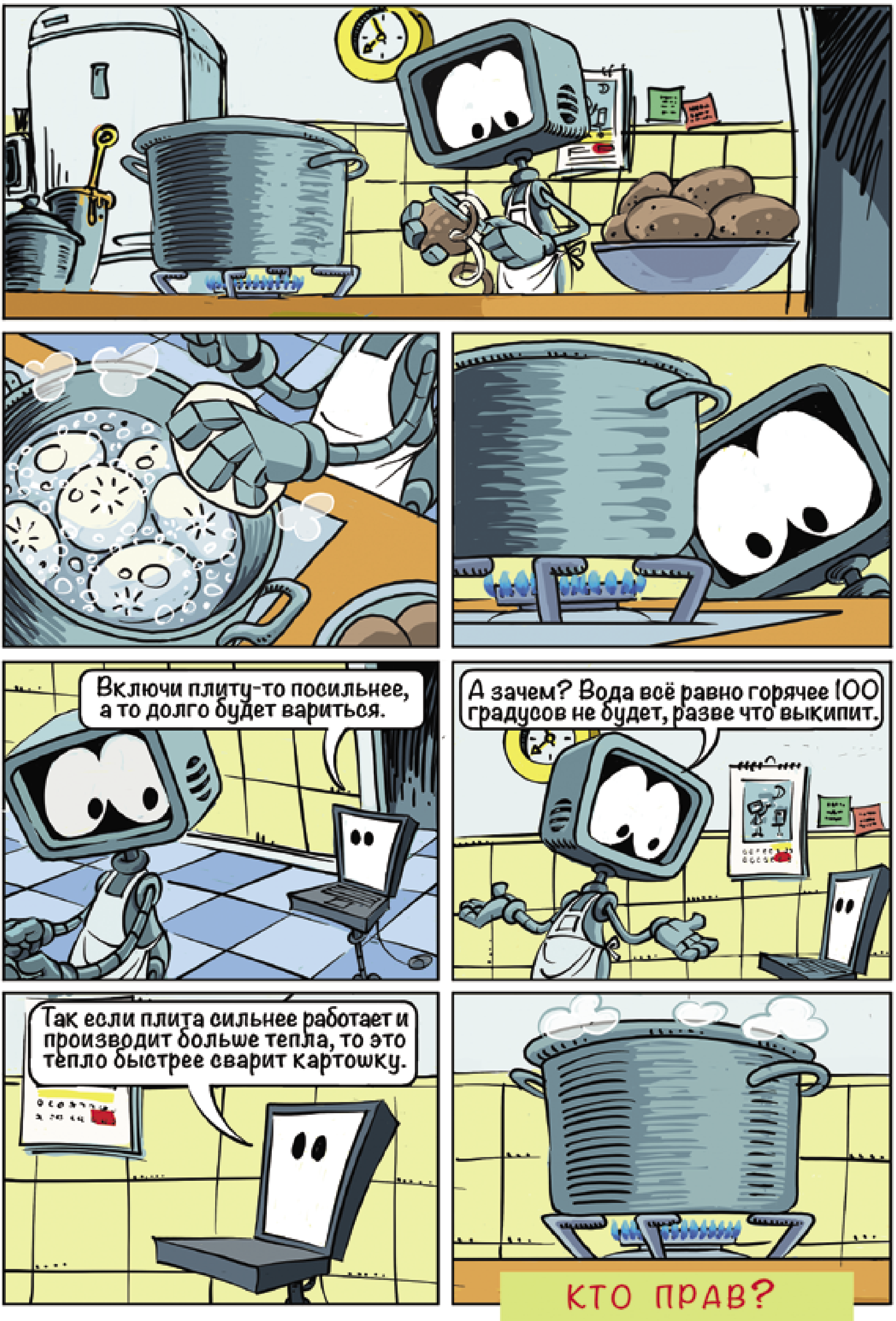
Победители: Амиршадян Карина, Воронцов Валерий, Голенищева Мария, Илаев Артур, Луканина Софья, Мелиханов Назар, Мельников Виктор, Мукминова Эмилия, Нестеренко Елизавета, Николаев Михаил (Москва), Николаев Михаил (Санкт-Петербург), Селютин Степан, Скабелин Мишель, Скивко Тимур, Ступник Мария, Терехова Наталья, Токарева Дарина, Трофимов Иван, Фиалковский Максим, Ханмагомедова Зумруд, Ханмагомедова Мелек, а также кружки «Озарчата», «Умники и умницы в математике».

Призёры: Алтайская Антонина, Бацазов Валерий, Бирюков Иван, Босенко Иван, Вараксина Наталия, Васильева Александра, Габышев Матвей, Ганичев Филипп, Заклязьминская Софья, Илаев Ахсартаг, Калугин Иван, Малюк Мария, Миловская Николь, Мишин Мишель, Пастухова София, Слясская Диана, Ушаков Севастьян, Федотова Дарья, Шахова Мирослава, Шувалов Игорь, а также кружки «М-6 профи», «Полярные нахимовцы».

ЖЕЛАЕМ УСПЕХОВ В НОВОМ КОНКУРСЕ!

Художник Николай Крутиков

Как варить картошку?



Художник Yustas

ISSN 2227-7986
23011